

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Test 15**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	30	5p
2.	5	5p
3.	80	5p
4.	12	5p
5.	5	5p
6.	7	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează tetraedrul Notează tetraedrul $ABCD$	4p 1p
2.	Împărțitorul este număr natural de o cifră și restul este 8, deci împărțitorul este 9 $330 \leq 33a \leq 339$ și $33a = 9C + 8$ , unde $C$ este câtul împărțirii, deci $C = 36$ , de unde obținem $a = 2$	2p 3p
3.	Media aritmetică a numerelor este $\frac{x+3x}{2} = 12$ , unde $x$ este numărul mai mic Cum $4x = 24$ , obținem $x = 6$ , deci cele două numere sunt 6 și 18	2p 3p
4.	a) $x = 14\sqrt{6} - 3\sqrt{3}(8\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 4\sqrt{2}) =$ $= 14\sqrt{6} - 12\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$	3p 2p
	b) $y = \left(\frac{7\sqrt{2}}{12} - \frac{5\sqrt{2}}{6} + \frac{3\sqrt{2}}{8}\right) \cdot 12\sqrt{2} = \frac{14\sqrt{2} - 20\sqrt{2} + 9\sqrt{2}}{24} \cdot 12\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{24} \cdot 12\sqrt{2} = 3$ $ x - y\sqrt{3}  =  2\sqrt{6} - 3\sqrt{3} $ și, cum $2\sqrt{6} = \sqrt{24} < \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \Rightarrow  2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}  = -2\sqrt{6} + 3\sqrt{3}$ , obținem $ x - y\sqrt{3}  = -x + y\sqrt{3}$	3p 2p
5.	$E(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 3(x^2 + x - 2x - 2) + x^2 + 2x + 1 - x - 8 =$ $= 4x^2 - 4x + 1 - 3x^2 + 3x + 6 + x^2 + 2x + 1 - x - 8 = 2x^2$ , pentru orice număr real $x$ $m_g = \sqrt{E(a) \cdot E\left(\frac{1}{a}\right)} = \sqrt{2a^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{a^2}} = \sqrt{4} = 2$ , care este număr natural	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} =$ $= \frac{144\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2$	2p 3p
----	--	----------

	<p><b>b)</b> <math>m(\sphericalangle ABC) = 60^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle ABD) = 120^\circ</math> și, cum semidreapta <math>BM</math> este bisectoarea unghiului <math>ABD</math>, obținem <math>m(\sphericalangle ABM) = 60^\circ</math></p> <p><math>\sphericalangle MNB</math>, <math>\sphericalangle ABC</math> sunt alterne interne, <math>MN \parallel BC</math>, secanta <math>AB</math>, deci <math>m(\sphericalangle MNB) = 60^\circ \Rightarrow \triangle BMN</math> este echilateral, deci <math>\triangle BMN \sim \triangle ABC</math></p>	2p
	<p><b>c)</b> <math>BD = 6\text{ cm}</math>, <math>AE = 6\sqrt{3}\text{ cm}</math>, unde <math>E</math> este mijlocul laturii <math>BC</math> și, cum <math>\triangle AED</math> este dreptunghic, obținem <math>AD = 6\sqrt{7}\text{ cm}</math></p> <p><math>\mathcal{A}_{\triangle ABD} = \frac{AE \cdot BD}{2} = \frac{d(B, AD) \cdot AD}{2}</math>, deci <math>d(B, AD) = \frac{AE \cdot BD}{AD} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 6}{6\sqrt{7}} = \frac{6\sqrt{21}}{7}\text{ cm}</math></p>	2p 3p
2.	<p><b>a)</b> <math>P_{\triangle ABC} = 3AB =</math> <math>= 3 \cdot 10 = 30\text{ cm}</math></p>	2p 3p
	<p><b>b)</b> <math>BN \perp (ABC)</math>, <math>CP \perp (ABC) \Rightarrow BN \parallel CP</math> și, cum <math>BN = CP</math>, obținem <math>BCPN</math> paralelogram <math>BC \parallel NP</math> și <math>NP \subset (ANP)</math>, deci <math>BC \parallel (ANP)</math></p>	2p 3p
	<p><b>c)</b> <math>AE \perp NP</math>, unde <math>E \in NP</math> și, cum <math>\triangle ABN \cong \triangle ACP \Rightarrow AN = AP</math>, obținem că <math>E</math> este mijlocul segmentului <math>NP</math></p> <p><math>D</math> și <math>Q</math> sunt mijloacele segmentelor <math>BC</math> și <math>AM</math>, deci <math>AD = 5\sqrt{3}\text{ cm}</math>, de unde obținem că <math>ADEQ</math> este pătrat și <math>\triangle MEQ</math> este dreptunghic isoscel, deci <math>m(\sphericalangle AEM) = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ</math></p> <p><math>AE \perp NP</math>, <math>AE \perp ME</math> și <math>NP \cap ME = \{E\} \Rightarrow AE \perp (MNP) \Rightarrow d(AE, (MNP)) = AE = 5\sqrt{6}\text{ cm}</math></p>	1p 2p 2p