

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right) + \frac{4}{5} = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Arătați că $f(1) \cdot f(3) = 5$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5x - 6} = 2$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 25.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(0,2)$ și $C(0,-2)$. Determinați distanța de la punctul A la mijlocul segmentului BC .
- 5p 6. Se consideră $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x = \frac{1}{4}$. Arătați că $\sin x = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 10$.
- 5p b) Arătați că $2B(5) + B(-1) = 3B(3)$.
- 5p c) Determinați numărul întreg x pentru care $\det(A \cdot B(x) - B(4x)) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x(y - 2) + y(x - 2)$.
- 5p a) Arătați că $2 * 4 = 4$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x * x = 0$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $(x * 1) * (x + 1) = 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{2x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{-8x}{(2x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xf(x) \ln x) = 0$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 6x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - x^3 - 1) dx = 9$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 \frac{x^2}{f(x) - 6x} dx = \frac{1}{3} \ln 2$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{a^3}{5}$.