

Test de evaluare inițială

Clasa a XII-a

Matematică

Tehnologic (tehnic, servicii, resurse naturale)

Anul școlar 2021 – 2022

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

(1p) 1) Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ în $M_2(\mathbb{R})$.

(0,5p) a) Să se calculeze $A^2 + B^2$.

(0,5p) b) Să se arate că $C^4 = 5^4 \cdot I_2$, unde $C = A + B$.

(1,5p) 2) În reperul cartezian xOy se consider punctele $O(0,0)$ și $A_n(n, 2^n)$ cu $n \in \mathbb{N}$.

(0,5p) a) Să se demonstreze că punctele O, A_1, A_2 sunt coliniare.

(0,5p) b) Să se determine numărul de drepte care trec prin cel puțin două dintre punctele O, A_0, A_1, A_2 .

(0,5p) c) Să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele A_n, A_{n+1}, A_{n+2} , $n \in \mathbb{N}$.

(1,5p) 3) Se consideră sistemul
$$\begin{cases} mx + y + z = m^2 - 3 \\ 5x - 2y + z = -2 \\ (m + 1)x + 2y + 3z = -2 \end{cases}, \text{ unde } m \in \mathbb{R}.$$

(0,5p) a) Să se determine $m \in \mathbb{R}$, știind că $\begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 5 & -2 & 1 \\ m + 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -12$.

(0,5p) b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul să admită soluția $(1, 2, -3)$.

(0,5p) c) Pentru $m = -1$ să se rezolve sistemul de ecuații.

(2,5p) 4) Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$.

(0,75p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.

(0,75p) b) Să se demonstreze că funcția f este descrescătoare pe $(0, 2]$.

(1p) c) Să se arate că $2e^{\sqrt{3}} \leq 3e^{\sqrt{2}}$.

(2,5p) 5) Se consider funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

(0,75p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, +\infty)$.

(0,75p) b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .

(1p) c) Să se determine ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției f .