

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022

Proba E.c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică
 Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timp de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p** 1. Arătați că numărul $a = (1 + \sqrt{2}) \cdot \{2022 + \sqrt{2}\}$ este număr natural, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real x .
- 5p** 2. Determinați mulțimea valorilor întregi ale numărului real m , pentru care reprezentarea graficului funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + mx + 1$ nu intersectează axa Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{\lg x}{\lg(x+2)} = \frac{1}{2}$.
- 5p** 4. Determinați $n \in \mathbf{N}^*$ știind că numărul submulțimilor nevide cu un număr par de elemente ale unei mulțimi cu n elemente este 511.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(1,2)$ și dreapta $d: 2x-3y+1=0$. Determinați ecuația dreptei care trece prin A și este perpendiculară pe d .
- 5p** 6. Determinați măsura unghiului A al unui triunghi ABC , știind că $\sin A + \cos A = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ a & i & a \\ -1 & a & -1 \end{pmatrix}$, unde $i^2 = -1$ și a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A(0) = i$.
- 5p** b) Demonstrați că, pentru orice număr real a , matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p** c) Calculați $\underbrace{A(0) \cdot A(0) \cdot A(0) \cdot \dots \cdot A(0)}_{\text{de 2022 ori}}$.
- 5p** 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x \circ y = xy - 6x - 6y + 42$.
- 5p** a) Arătați că $x \circ y = (x - 6)(y - 6) + 6$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Determinați perechile de numere întregi (x, x') , unde x' este simetricul lui x în raport cu legea „ \circ ”.
- 5p** c) Calculați $\frac{2022}{1} \circ \frac{2022}{2} \circ \frac{2022}{3} \dots \circ \frac{2022}{2022}$.

1. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x \cdot \arctg x - \ln(x^2 + 1)$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \arctg x - \frac{x}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbf{R}$.

5p b) Demonstrați că funcția f este convexă pe \mathbf{R} .

5p c) Fie funcția $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = f'(x)$. Determinați imaginea funcției g .

2. Se consideră funcția $f: (-\infty, 0) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x\sqrt{1-x}$.

5p a) Calculați $\int \frac{f^2(x)}{x} dx$, $x \in (-\infty, 0)$.

5p b) Determinați numerele reale a, b, c astfel încât funcția $F: (-\infty, 0) \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{1-x}$ să fie o primitivă a funcției f .

5p c) Fie $G: (-\infty, 0) \rightarrow \mathbf{R}$ o primitivă a funcției f . Calculați $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{G(x)}{\sqrt{(-x)^5}}$.