Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $2\lg 100+\lg 2+\lg 5=5$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-6$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)+f(3a)=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{3x}\cdot 5^2=5^x$.

5p **4.** Determinați câte submulțimi cu două elemente, ambele numere pare, are mulțimea $A=\{1,2,4,6,8,9\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ și $B(3,0)$. Determinați coordonatele punctului C pentru care $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OB}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu aria egală cu 18 și $B=\frac{\pi}{4}$. Arătați că $AB=6$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x+2 & x \\ 0 & 2x & x+2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(M(1))=7$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $M(x)\cdot M(2)=M(x-1)$.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care $2\det(M(n))\leq\det(M(2n))$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-aX+2a$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(2)=0$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Pentru $a=1$, arătați că polinomul f este divizibil cu polinomul $g=X+1$.

5p **c)** Determinați $a\in(0,+\infty)$ pentru care $|x_1|+|x_2|+|x_3|=8$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(2x-4)+x^2-2x+4$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=2(x-1)(e^x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{1-e^x}=4$.

5p **c)** Arătați că ecuația $f(x)=0$ are exact două soluții.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{4x}{3x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_3^4 f(x)(3x^2+1)\,dx=14$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{4}{3}\ln 2$.

5p **c)** Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{4\ln x}{f(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$ este egală cu $\frac{3e^2+5}{4}$.